

3. cvičení - Parciální derivace

☛ = příklady, co byste fakt fakt měli udělat, prosím prosím

Příklad 1. Načrtněte definiční obor a spočtěte parciální derivace funkce všude, kde existují. Případně ještě najděte rovnici tečné roviny v předepsaném bodě $\mathbf{a}$.

- (a) $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$, $\mathbf{a} = [1, -2]$. (e) $f(x, y) = \sqrt{y^6 - x^3}$, $\mathbf{a} = [0, 2]$.
 (b) $f(x, y) = \sqrt{y^2 - \arcsin x}$, $\mathbf{a} = [0, 1]$. (f) $f(x, y) = \max\{y - \cos x, 0\}$, $\mathbf{a} = [0, \pi]$.
 (c) ☛ $f(x, y) = \log(e^3 - e^{|x|+2|y|})$, $\mathbf{a} = [1, \frac{1}{2}]$. (g) ☛ $f(x, y) = \max\{y + x, x^3\}$.
 (d) ☛ $f(x, y) = \arccos(x - \cos y)$, $\mathbf{a} = [1, 0]$.

Příklad 2 (Neřešené). Načrtněte definiční obor a spočtěte parciální derivace funkce všude, kde existují. Případně ještě najděte rovnici tečné roviny v předepsaném bodě $\mathbf{a}$.

- (a) $f(x, y) = \log \frac{1 - \sqrt[3]{x}}{|y| + \sqrt[3]{x}}$, $\mathbf{a} = [-1, 3]$. (f) $f(x, y) = \sin |x^2 + y^2 - 1|$.
 (b) $f(x, y) = \arcsin \frac{x+y}{x^2+x+1}$, $\mathbf{a} = [1, -1]$. (g) $f(x, y) = \sin \sqrt[3]{x^2 + y^2 - 1}$.
 (c) ☛ $f(x, y) = \sqrt{\frac{y - \sin x}{y}}$, $\mathbf{a} = [0, 5]$. (h) $f(x, y) = \sqrt{|x| + |y| - 1}$.
 (d) ☛ $f(x, y) = (3x + y)^{|2x-3y|}$. (i) $f(x, y) = \sqrt{\frac{y}{|x|-|y|}}$.
 (e) $f(x, y) = (x - 2y)^{|2x-y|}$. (j) $f(x, y) = e^{\sqrt{x+1}} \sqrt{x + y^2}$.

Příklad 3 (Zkouškové). Najděte parciální derivace 1. řádu funkce f podle všech proměnných, určete $D_f, D_{f'}$ a napište rovnici tečné roviny v bodě $\mathbf{a}$

- (a) $f(x, y) = |x^2 - y^2|$, $\mathbf{a} = [1, 2]$
 (b) $f(x, y) = e^{x^2-y} + 7y + |xy|$, $\mathbf{a} = [1, 2]$
 (c) $f(x, y) = \sqrt{y + \sin x}$, $\mathbf{a} = [0, 1]$
 (d) ☛ $f(x, y) = \min\{x^2 + y^2, 2 - x^2 - y^2\}$, $\mathbf{a} = [1, 2]$
 (e) $f(x, y) = \sqrt[3]{\log \frac{x}{y}}$, $\mathbf{a} = [1, 2]$
 (f) $f(x, y) = x^{(y^x)}$, $\mathbf{a} = [1, 2]$
 (g) $f(x, y) = \left(\arctan \sqrt{x^2 + y^2} \right)^4$, $\mathbf{a} = [1, 2]$
 (h) ☛ $f(x, y) = \begin{cases} \sin(x \cos y), & x \geq 0 \\ \cos(x \sin y) + 2, & x < 0 \end{cases}$, $\mathbf{a} = [1, 2]$

